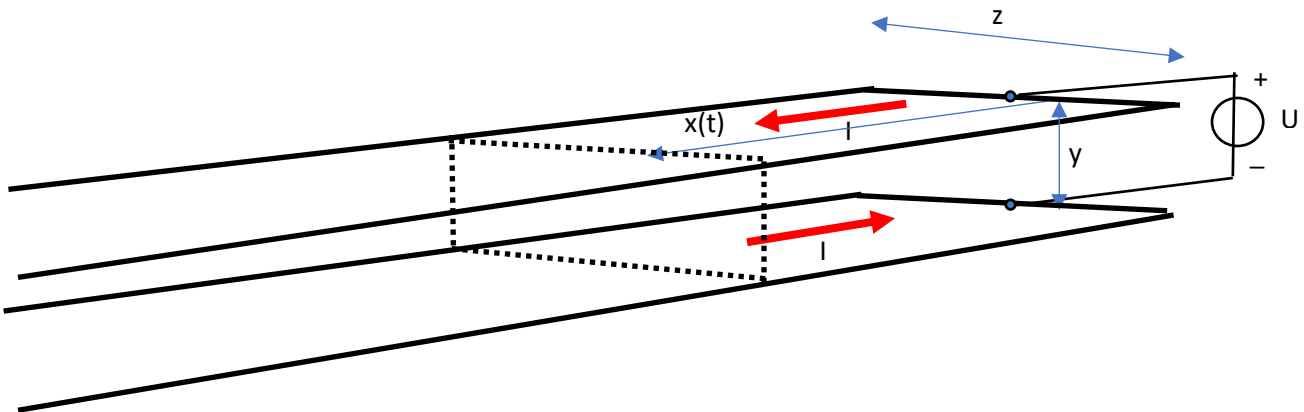


Afleiding van de lichtsnelheid c waarmee een EM-golffront zich verplaatst

In veel lesmateriaal dat ingaat op de wetten van Maxwell, staat een stukje over het krijgen van de lichtsnelheid c van een golffront. Dit is herschreven zodat het past bij het veel gebruikt lesmateriaal.

Een spanning U wordt volgens onderstaande tekening aangesloten op twee oneindig lange geleidende platen met breedte z . De afstand tussen de platen is y . Vanaf het moment van aansluiten van de spanningsbron verplaatst een EM veld zich naar links in de tekening. Hierdoor zal de spanning een Elektrisch veld tussen de platen veroorzaken en tegelijk zal er een stroom I lopen om deze spanning te realiseren, waardoor er een magnetisch veld tussen de platen ontstaat. In het oneidige is nog niets. Er moet dus een golffront zijn dat zich met een zekere snelheid verplaatst naar links in de tekening.

We nemen het moment dat het golffront op de plek is waar x met de eindpijl staat (gestippelde lijnen). Links daarvan is nog niets. Rechts daarvan staat tussen beide platen het E-veld. Dwars op dit E-veld staat tussen de platen het H-veld, zijnde de magnetische veldsterkte die het magnetische veld (B of ϕ) zal veroorzaken.



Het E veld tussen de platen is aanwezig in het oppervlak dat is aangegeven met $x(t)$ [m] en z [m]. Dit veld is niet in de tekening weergegeven om de tekening zelf niet te ingewikkeld te maken.

De rode pijlen zijn de stromen I [A]. Het bijbehorende H [A/m] veld is aanwezig in het oppervlak dat is aangegeven met $x(t)$ [m] en y [m]. Ook dit veld is niet in de tekening opgenomen. Het H veld heeft, om het eenvoudig te houden, buiten de platen een zodanige verdunning dat dit veld daar niet meetelt.

Uit de theorie zijn onderstaande formules {1} t/m {7} bekend. Deze formules worden vergeleken met bovenstaand figuur, zodat we iets andere formules krijgen:

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \text{ [A]} \quad \text{met } i(t) = I \quad I = \frac{dQ(t)}{dt} \text{ [A]} \quad \{1\}$$

$$Q(t) = Cu(t) \text{ [As]} \quad \text{met } u(t) = U \quad Q(t) = CU \text{ [As]} \quad \{2\}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \text{ [F]} \quad \text{met } d = y \quad C = \epsilon_0 \frac{A}{y} \text{ [F]} \quad \{3\}$$

$$H(t) = \frac{Ni(t)}{l} \text{ [A/m]} \quad \text{met } N = 1, l = z \text{ en } i(t) = I \quad H(t) = \frac{I}{z} \text{ [A/m]} \quad \{4\}$$

$$\phi(t) = B(t)A \text{ [Vs]} \quad \{5\}$$

$$B(t) = \mu_0 H(t) \text{ [Vs/m}^2\text{]} \quad \{6\}$$

$$u_i(t) = N \frac{d\phi(t)}{dt} \quad [\text{V}] \quad \text{met } N = 1 \text{ en } u_i(t) = U \quad U = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad [\text{V}] \quad \{7\}$$

Bovenstaande formules gaan we nu gebruiken voor het vervolg. Daarbij zijn de maaltokens voor de leesbaarheid als punt toegevoegd:

$$\text{Uit } \{3\} \text{ volgt } C = \epsilon_o \frac{x(t).z}{y} \quad \{8\}$$

$$\text{Met } \{2\} \text{ in } \{1\} \text{ krijgen we } I = \frac{dC.U}{dt} \text{ en met } \{8\}: I = \frac{d(\epsilon_o \cdot \frac{x(t).z}{y} \cdot U)}{dt} = \frac{\epsilon_o.z.U}{y} v(t) \quad \{9\}$$

$$\{6\} \text{ in } \{5\} \text{ geeft } \phi(t) = \mu_o \cdot H(t) \cdot A = \mu_o \cdot H(t) \cdot x(t) \cdot y \quad \text{en met } \{4\} \quad \phi(t) = \mu_o \cdot \frac{l}{z} \cdot x(t) \cdot y \quad \{10\}$$

$$\{10\} \text{ in } \{7\} \quad U = \frac{d(\mu_o \cdot \frac{l}{z} \cdot x(t) \cdot y)}{dt} = \mu_o \cdot \frac{l}{z} \cdot v(t) \cdot y \quad \{11\}$$

$$\{11\} \text{ in } \{9\} \quad I = \frac{\epsilon_o.z}{y} \cdot v(t) \cdot \mu_o \cdot \frac{l}{z} \cdot v(t) \cdot y \quad \text{Dus } I = \epsilon_o \cdot v(t) \cdot \mu_o \cdot l \cdot v(t) \quad \text{dus}$$

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \cdot \mu_o}} \quad \{12\}$$

Met $\epsilon_o \approx 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ en $\mu_o \approx 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ingevuld in $\{12\}$ krijgen we $v(t) \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Het valt nu op dat $v(t)$ geen variabele meer is in de tijd, maar een constante, zijnde de lichtsnelheid c .

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \cdot \mu_o}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \{13\}$$

Conclusie: Als we de elektrische eigenschappen van een condensator nemen, formule $\{2\}$, betekent dit dat we bij een meetbare stroom van 1 A gedurende 1 s een spanning realiseren van 1 V als de fysieke condensatoreigenschappen van formule $\{3\}$ worden ingevuld. Dus oppervlakte $A = 1 \text{ m}^2$ en afstand $d = 1 \text{ m}$. De eenheid Volt [V] = potentiele energie E [J] gedeeld door de lading Q [C], dus $[V] = \frac{[J]}{[C]} = \frac{[kg] \cdot [m^2]}{[A] \cdot [s^2]}$. Daarin zien we dat de spanning [V] via het SI eenhedenstelsel is gekoppeld aan gewicht [kg], maat [m], stroom [A] en tijd [s]. We kunnen dus niet anders dan e.e.a. kloppend krijgen door een correctiegetal toe te voegen. Dit getal blijkt $\epsilon_o \approx 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$. Dat zelfde geldt, zonder verdere toelichting, ook voor een spoel met $\mu_o \approx 8,854 \cdot 10^{-12}$. Deze twee getallen zijn blijkbaar nogal bijzonder, omdat ze via formule $\{13\}$ de lichtsnelheid vormen.

Note: Deze twee getallen blijken op andere plekken ook op te duiken. Als we de karakteristieke impedantie (wisselstroomweerstand) Z_o van vacuüm willen bepalen, dan blijkt dat $Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} \quad \Omega$.